

Einführung in die Programmierung

Wintersemester 2020/21

Kapitel 9: Elementare Datenstrukturen

M.Sc. Roman Kalkreuth

Lehrstuhl für Algorithm Engineering (LS11)

Fakultät für Informatik

Inhalt

- Definition: Abstrakter Datentyp (ADT)
- ADT Stapel
- ADT Schlange
- ADT Liste
- ADT Binärer Suchbaum
- ADT Graph
- Exkurse:
 - Einfache Dateibehandlung
 - C++-Strings

Definition:

Abstrakter Datentyp (ADT) ist ein Tripel (T, F, A) , wobei

- T eine nicht-leere Menge von **Datenobjekten**,
- F eine Menge von **Operationen**,
- A eine nicht-leere Menge von **Axiomen**,
die die Bedeutung der Operationen erklären.

Abstrakt?

- Datenobjekte brauchen keine konkrete Darstellung (Verallgemeinerung).
- Die **Wirkung** der Operationen wird beschrieben,
nicht deren algorithmische Ausprägung.

→ „**WAS, nicht WIE!**“

Beispiel: ADT bool**F: Operationen**

true :	→ bool
false :	→ bool
not : bool	→ bool
and : bool x bool	→ bool
or : bool x bool	→ bool

Festlegung, **welche Methoden** es gibt

A: Axiome

not(false)	= true
not(true)	= false
and(false, false)	= false
and(false, true)	= false
and(true, false)	= false
and(true, true)	= true
or(x, y)	= not(and(not(x), not(y)))

Festlegung, **was** die Methoden bewirken

Eigenschaften

- Wenn man einen ADT kennt, dann kann man ihn **überall verwenden**.
- Implementierung der Funktionen für Benutzer nicht von Bedeutung.
- **Trennung von Spezifikation und Implementierung**
- Ermöglicht späteren Austausch der Implementierung, ohne dass sich der Ablauf anderer Programme, die ihn benutzen, ändert!

Nur Operationen geben Zugriff auf Daten.

→ Stichwort: **Information Hiding**

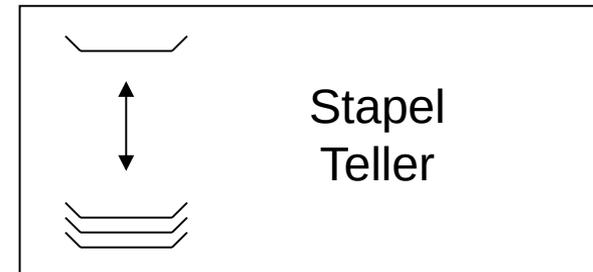
Lineare Datenstrukturen: Keller bzw. **Stapel** (*engl. stack*)

create	:		→	Stapel
push	:	Stapel x T	→	Stapel
pop	:	Stapel	→	Stapel
top	:	Stapel	→	T
empty	:	Stapel	→	bool

empty(create)	=	true
empty(push(k, x))	=	false
pop(push(k, x))	=	k
top(push(k, x))	=	x

Aufräumen:
Kiste in den Keller,
oben auf Haufen.

Etwas aus Keller holen:
Zuerst **oberste** Kiste,
weil oben auf Haufen.



LIFO:
Last in, first out.

Klassendefinition: (Version 1)

```
template<typename T>
class Stapel {
public:
    Stapel();           // Konstruktor
    void push(T &x);   // Element auf den Stapel legen
    void pop();        // oberstes Element entfernen
    T top();           // oberstes Element ansehen
    bool empty();     // Stapel leer?
private:
    static unsigned int const maxSize = 100;
    int sz;           // Stapelzeiger
    T data[maxSize]; // Speichervorrat für Nutzdaten
};
```

Alternative: anonymer enum („the enum trick“)

```
enum { maxSize = 100 };
```

Implementierung: (Version 1)

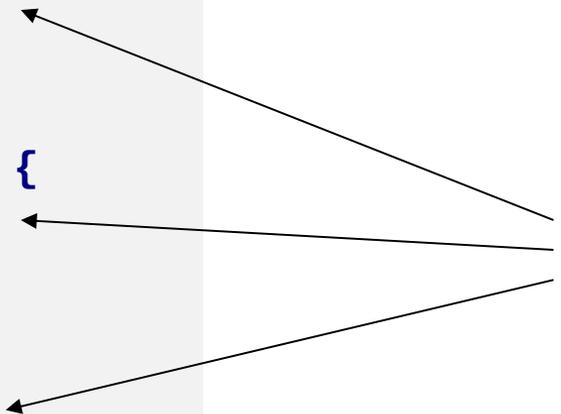
```
template<typename T>
Stapel<T>::Stapel() {
    sz = -1;
}
```

```
template<typename T>
void Stapel<T>::push(T &x) {
    data[++sz] = x;
}
template<typename T>
void Stapel<T>::pop() {
    sz--;
}
template<typename T>
T Stapel<T>::top() {
    return data[sz];
}
template<typename T>
bool Stapel<T>::empty() {
    return (sz == -1);
}
```

Idee:

unzulässiger Arrayindex -1
kennzeichnet leeren Stapel

Problem:
Arraygrenzen!



Wann können Probleme auftreten?

Bei **pop**, falls Stapel leer ist:

→ Stapelzeiger wird -2, anschließendes **push** versucht auf **data[-1]** zu schreiben

Bei **top**, falls Stapel leer ist:

→ es wird undefinierter Wert von **data[-1]** zurückgegeben

Bei **push**, falls Stapel voll ist:

→ es wird versucht auf **data[maxSize]** zu schreiben (erlaubt: 0 bis maxSize – 1)

⇒ diese Fälle müssen abgefangen werden, **Fehlermeldung**

```
void error(char const *info) {  
    cerr << info << endl;  
    exit(1);  
}
```

gibt Fehlermeldung **info** aus und bricht das Programm durch **exit(1)** sofort ab und liefert den Wert des Arguments (hier: 1) an das Betriebssystem zurück

Klassendefinition: (Version 2; Ergänzungen in **rot**)

```
template<typename T>
class Stapel {
public:
    Stapel();           // Konstruktor
    void push(T &x);   // Element auf den Stapel legen
    void pop();        // oberstes Element entfernen
    T top();           // oberstes Element ansehen
    bool empty();     // Stapel leer?
    bool full();      // Stapel voll?
private:
    static unsigned int const maxSize = 100;
    int sz;            // Stapelzeiger
    T data[maxSize];  // Speichervorrat für Nutzdaten
    void error(char const *info); // Fehlermeldung + Abbruch
};
```

Implementierung: (Version 2, Änderungen und Zusätze in **rot**)

```
template<typename T>
Stapel<T>::Stapel() {
    sz = -1;
}
template<typename T>
void Stapel<T>::push(T &x) {
    if (full()) error("voll");
    data[++sz] = x;
}
template<typename T>
void Stapel<T>::pop() {
    if (empty()) error("leer");
    sz--;
}
```

```
template<typename T>
T Stapel<T>::top() {
    if (empty()) error("leer");
    return data[sz];
}
template<typename T>
bool Stapel<T>::empty() {
    return (sz == -1);
}
template<typename T>
bool Stapel<T>::full() {
    return (sz == maxSize - 1);
}
```

```
template<typename T>
void Stapel<T>::error(char const * info) {
    std::cerr << info << std::endl;
    exit(1);
}
```

← **private Methode:**
kann nur innerhalb der
Klasse aufgerufen werden

Erster Test ...

```
#include <iostream>
#include "Stapel.h"
using namespace std;

int main() {
    Stapel<int> s;
    for (int i = 0; i < 100; i++) s.push(i);
    cout << s.top() << endl;
    for (int i = 0; i < 90; i++) s.pop();
    while (!s.empty()) {
        cout << s.top() << endl;
        s.pop();
    }
    return 0;
}
```

Ausgabe: 99
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0

Lineare Datenstrukturen: **Schlange** (*engl. queue*)

create : \rightarrow Schlange
 enq : Schlange \times T \rightarrow Schlange
 deq : Schlange \rightarrow Schlange
 front : Schlange \rightarrow T
 empty : Schlange \rightarrow bool

empty(create) = true
 empty(enq(s, x)) = false
 deq(enq(s, x)) = empty(s) ? s : enq(deq(s), x)
 front(enq(s, x)) = empty(s) ? x : front(s)

FIFO:
First in, first out.

Schlange an der Supermarktkasse:
Wenn Einkauf fertig, dann **hinten** anstellen. Der nächste Kunde an der Kasse steht ganz **vorne** in der Schlange.

Eingehende Aufträge werden „geparkt“, und dann nach und nach in der Reihenfolge des Eingangs abgearbeitet.

Klassendefinition: (Version 1; schon mit Fehlerbehandlung)

```
template<typename T>
class Schlange {
public:
    Schlange();           // Konstruktor
    void enq(T &x);       // Element anhängen
    void deq();           // erstes Element entfernen
    T front();            // erstes Element ansehen
    bool empty();         // Schlange leer?
    bool full();           // Schlange voll?
private:
    static unsigned int const maxSize = 100;
    int ez;                // Endezeiger
    T data[maxSize];       // Array für Nutzdaten
    void error(char const *info); // Fehlermeldung
};
```

Implementierung: (Version 1; Fehler bei Arraygrenzen werden abgefangen)

```
template<typename T>
Schlange<T>::Schlange() : ez(-1) {
}
template<typename T>
void Schlange<T>::enq(T &x) {
    if (full()) error("voll");
    data[++ez] = x;
}
template<typename T>
void Schlange<T>::deq() {
    if (empty()) error("leer");
    for (int i = 0; i < ez; i++)
        data[i] = data[i+1];
    ez--;
}
```

```
template<typename T>
T Schlange<T>::front() {
    if (empty()) error("leer");
    return data[0];
}
template<typename T>
bool Schlange<T>::empty() {
    return (ez == -1);
}
template<typename T>
bool Schlange<T>::full() {
    return (ez == maxSize - 1);
}
```

```
template<typename T>
void Schlange<T>::error(char const *info) {
    std::cerr << info << std::endl;
    exit(1);
}
```

← **private Methode:**
kann nur innerhalb der
Klasse aufgerufen werden

Erster Test ...

```
#include <iostream>
#include "Schlange.h"
using namespace std;

int main() {
    Schlange<int> s;

    for (int i = 0; i < 100; i++) s.enq(i);
    cout << s.front() << endl;
    for (int i = 0; i < 90; i++) s.deq();
    while (!s.empty()) {
        cout << s.front() << endl;
        s.deq();
    }
    return 0;
}
```

Ausgabe: 0
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99

Benutzer des (abstrakten) Datentyps **Schlange** wird feststellen, dass

1. fast alle Operationen schnell sind, aber
2. die Operation **deq** vergleichsweise langsam ist.

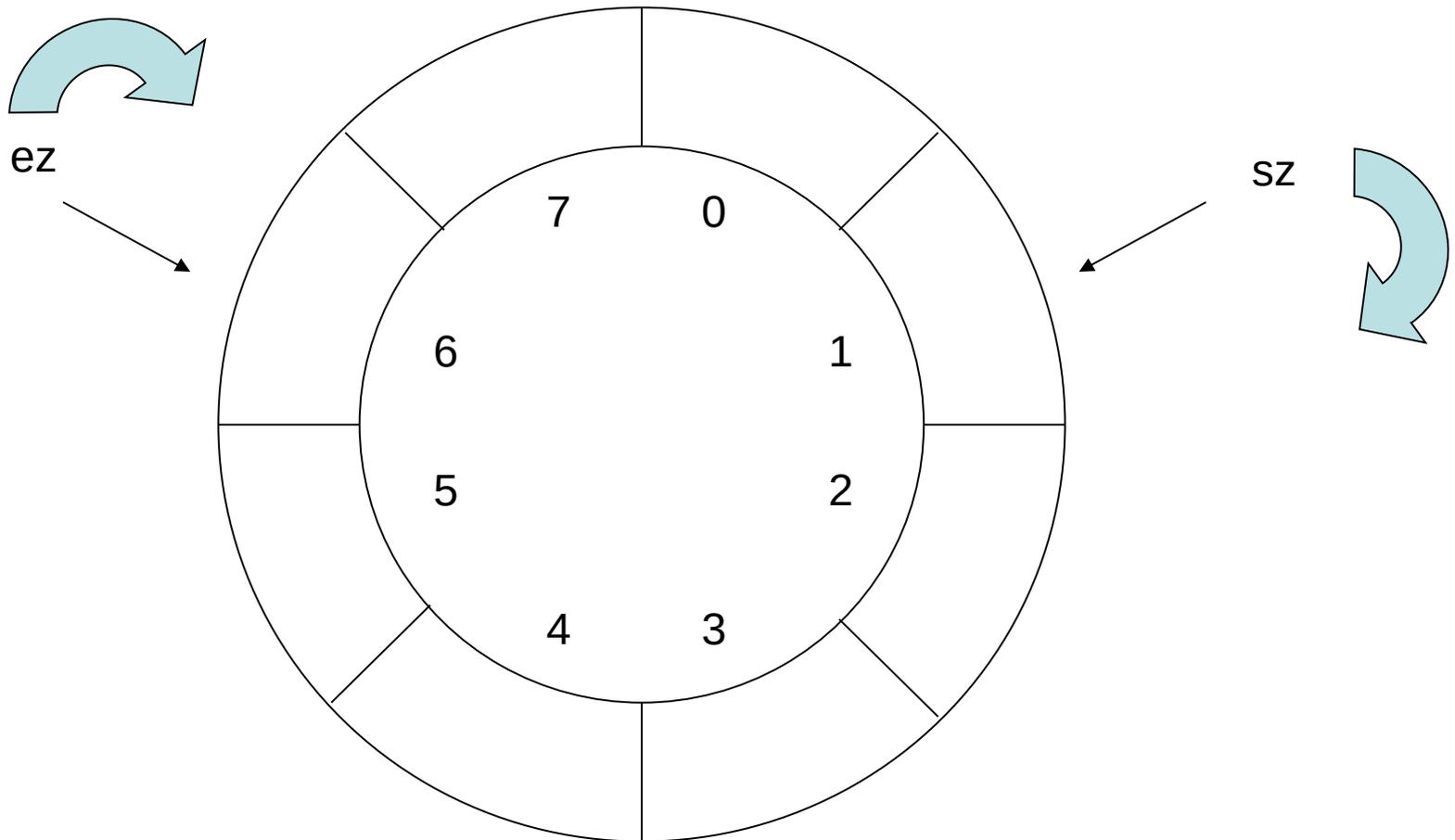
Laufzeit / Effizienz der Operation **deq**

```
template<typename T>
void Schlange<T>::deq() {
    if (empty()) error("leer");
    for (int i = 0; i < ez; i++)
        data[i] = data[i+1];
    ez--;
}
```

ez = Anzahl Elemente in Schlange
Insgesamt **ez** Datenverschiebungen

Worst case: (**maxSize** – 1) mal

Idee: Array zum Kreis machen; zusätzlich Anfang/Start markieren (sz)



Implementierung: (Version 2; mit Ringspeicher)

```
template<typename T>
class Schlange {
public:
    Schlange();
    void enq(T &x);
    void deq();
    T front();
    bool empty();
    bool full();
private:
    static unsigned int const maxSize = 100;
    int ez;           // Endezeiger
    int sz;           // Startzeiger
    T data[maxSize];
    void error(char const *info);
};
```

Implementierung: (Version 2; mit Ringspeicher)

```
template<typename T> Schlange<T>::Schlange() {
    sz = 0;
    ez = -1;
}
template<typename T> T Schlange<T>::front() {
    if (empty()) error("leer");
    return data[sz];
}
template<typename T> bool Schlange<T>::empty() {
    return (ez == -1);
}
template<typename T> bool Schlange<T>::full() {
    if (empty()) return false;
    return ((ez + 1) % maxSize) == sz;
}
```

Implementierung: (Version 2; mit Ringspeicher)

```
template<typename T>
void Schlange<T>::enq(T &x) {
    if (full()) error("full");
    ez = (ez + 1) % maxSize;
    data[ez] = x;
}
```

Laufzeit:

unabhängig von Größe
der Schlange

```
template<typename T>
void Schlange<T>::deq() {
    if (empty()) error("leer");
    if (sz == ez) { sz = 0; ez = -1; }
    else sz = (sz + 1) % maxSize;
}
```

Laufzeit:

unabhängig von Größe
der Schlange

Unbefriedigend bei der Implementierung:

Maximale festgelegte Größe des Stapels bzw. der Schlange

→ Liegt an der unterliegenden Datenstruktur Array:

Array ist **statisch**, d.h.

Größe wird **zur Übersetzungszeit festgelegt**

und ist während der Laufzeit des Programms **nicht veränderbar**.

Schön wären **dynamische** Datenstrukturen, d.h.

Größe wird **zur Übersetzungszeit nicht festgelegt**

und ist während der Laufzeit des Programms **veränderbar**.

⇒ **Dynamischer Speicher!** (Stichwort: **new / delete**)

Lineare Datenstrukturen: **Schlange** (*engl. queue*)

create : \rightarrow Schlange
enq : Schlange \times T \rightarrow Schlange
deq : Schlange \rightarrow Schlange
front : Schlange \rightarrow T
empty : Schlange \rightarrow bool

create : erzeugt leere Schlange

enq : hängt Element ans Ende der Schlange

deq : entfernt Kopf der Schlange

front : gibt im Kopf der Schlange gespeichertes Element zurück

empty : prüft, ob Schlange leer ist

→ Implementierung mit statischem Speicher ersetzen durch dynamischen Speicher

Bauplan:

Datentyp *Variable = **new** Datentyp; (Erzeugen)
delete Variable; (Löschen)

Bauplan für Arrays:

Datentyp *Variable = **new** Datentyp [Anzahl]; (Erzeugen)
delete[] Variable; (Löschen)

Achtung:

Dynamisch erzeugte Objekte müssen auch wieder gelöscht werden,
keine automatische Speicherbereinigung!

Vorüberlegungen für ADT Schlange mit dynamischem Speicher:

Wir können bei der Realisierung der Schlange statt statischem (Array) nun **dynamischen Speicher** verwenden ...

Ansatz: `new int[oldsize+1]` ... bringt uns das weiter?

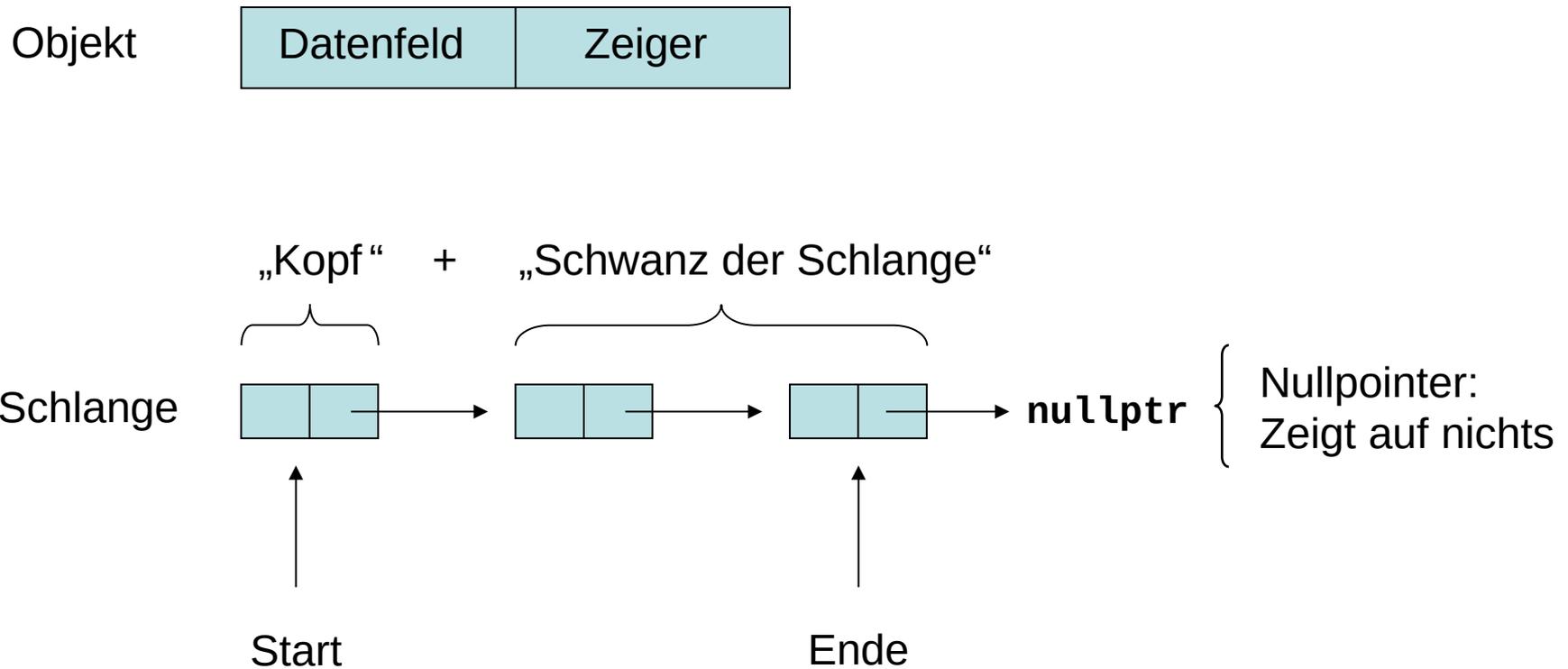
→ Größe kann zwar zur Laufzeit angegeben werden, ist aber dann fixiert!

Falls maximale Größe erreicht, könnte man

1. größeres Array anlegen
2. Arraywerte ins größere Array **kopieren** und
3. kleineres Array löschen.

ineffizient!

Vorüberlegungen für ADT Schlange mit dynamischem Speicher:



Klassendefinition: (Version 3; mit dynamischem Speicher)

```
template<typename T>
class Schlange {
public:
    Schlange();                // Konstruktor
    void enq(T &x);
    void deq();
    T front();
    bool empty();
    void clear();             // löscht alle Einträge
    ~Schlange();             // Destruktor
private:
    struct Objekt {           // interner Datentyp
        Objekt *tail;        // Zeiger auf Schlangenschwanz
        T data;              // Datenfeld
    } *sz, *ez;             // Zeiger auf Start + Ende
    void error(char const *info); // für Fehlermeldungen
};
```

Implementierung: (Version 3)

```
template<typename T>
Schlange<T>::Schlange() {
    ez = sz = nullptr;
}
template<typename T>
T Schlange<T>::front() {
    if (empty()) error("leer");
    return sz->data;
}
template<typename T>
bool Schlange<T>::empty() {
    return (ez == nullptr);
}
template<typename T>
void Schlange<T>::clear() {
    while (!empty()) deq();
}
```

nullptr ist der Nullzeiger!

```
template<typename T>
Schlange<T>::~~Schlange() {
    clear();
}
template<typename T>
void Schlange<T>::error(
    char const *info){
    cerr << info << endl;
    exit(1);
}
```

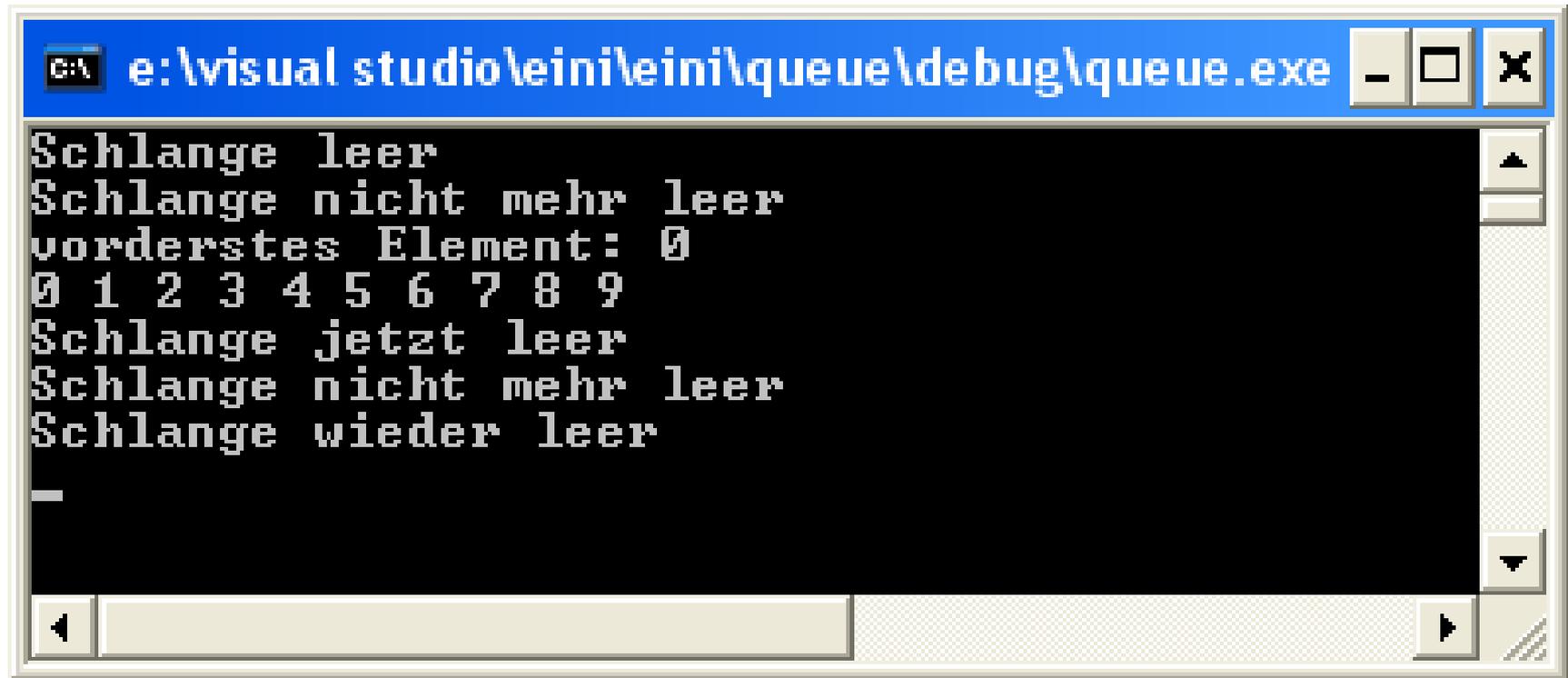
Implementierung: (Version 3)

```
template<typename T>
void Schlange<T>::enq(T &x) {
    Objekt *obj = new Objekt; // neues Objekt anlegen
    obj->data = x;             // Nutzdaten speichern
    obj->tail = nullptr;
    if (empty()) sz = obj;    // falls leer nach vorne,
    else ez->tail = obj;      // sonst hinten anhängen
    ez = obj;                 // Endezeiger aktualisieren
}
template<typename T>
void Schlange<T>::deq() {
    if (empty()) error("leer");
    Objekt *obj = sz;        // Zeiger auf Kopf retten
    sz = sz->tail;           // Start auf 2. Element
    if (sz == nullptr) ez = nullptr; // Schlange leer!
    delete obj;              // ehemaliges 1. Element
                              // löschen
}
```

Testprogramm!

```
int main() {
    Schlange<int> s;
    if (s.empty()) cout << "Schlange leer" << endl;
    for (int i = 0; i < 10; i++) s.enq(i);
    if (!s.empty()) cout << "Schlange nicht mehr leer" << endl;
    cout << "vorderstes Element: " << s.front() << endl;
    while (!s.empty()) {
        cout << s.front() << " ";
        s.deq();
    }
    cout << endl;
    if (s.empty()) cout << "Schlange jetzt leer" << endl;

    for (int i = 0; i < 100; i++) s.enq(i);
    if (!s.empty()) cout << "Schlange nicht mehr leer" << endl;
    s.clear();
    if (s.empty()) cout << "Schlange wieder leer" << endl;
    return 0;
}
```



```
e:\visual studio\ini\ini\queue\debug\queue.exe  
Schlange leer  
Schlange nicht mehr leer  
vorderstes Element: 0  
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9  
Schlange jetzt leer  
Schlange nicht mehr leer  
Schlange wieder leer  
-
```

Kopieren von Klassenobjekten

```
template<typename T>
class Schlange {
    T data[100];
    int sz, ez;
};
```

```
template<typename T>
class Schlange {
    struct Objekt {
        Objekt *tail;
        T data;
    } *sz, *ez;
};
```

→

```
Schlange<int> s1;
for (int i=0;i<10;i++)
    s1.enq(i);
Schlange<int> s2 = s1;
```

statischer Speicher:
 byteweises
 Speicherabbild
 ⇒ **OK**

→

```
Schlange<int> s1;
for (int i=0;i<10;i++)
    s1.enq(i);
Schlange<int> s2 = s1;
```

dynam. Speicher:
 byteweises
 Speicherabbild
 ⇒ **Problem!**

Es werden nur die **Inhalte der Zeiger** kopiert!

Bei Verwendung von dynamischem Speicher muss auch dieser kopiert werden.
 ⇒ In C++ kann das durch den **Kopierkonstruktor** realisiert werden.

Kopierkonstruktor (*copy constructor*)

Wird für eine Klasse **kein Kopierkonstruktor** implementiert, dann erzeugt ihn der Compiler **automatisch**.

Achtung:

Es wird dann ein **byteweises Speicherabbild** des Objektes geliefert.

⇒ „flache Kopie“ (engl. *shallow copy*)

Problem:

- Konstruktor fordert dynamischen Speicher an → nur Kopie des Zeigers
- Konstruktor öffnet exklusive Datei (o.a. Ressource) → nicht teilbar! Crash!

⇒ dann „tiefe Kopie“ (engl. *deep copy*) nötig

⇒ man **muss** Kopierkonstruktor (und Destruktor) implementieren!

```

#include <iostream>
#include "Stapel.h"      // statischer Speicher
#include "Schlange.h"   // dynamischer Speicher
using namespace std;
int main() {
    Stapel<int> stack1;
    Schlange<int> queue1;
    for (int i = 0; i < 10; i++) {
        stack1.push(i);
        queue1.enq(i);
    }
    Stapel<int> stack2 = stack1;
    Schlange<int> queue2 = queue1;
    while (!stack1.empty()) stack1.pop();
    while (!queue1.empty()) queue1.deq();
    while (!stack2.empty()) {
        cout << stack2.top() << endl;
        stack2.pop();
    }
    while (!queue2.empty()) {
        cout << queue2.front() << endl;
        queue2.deq();
    }
    return 0;
}

```

Programmiertes Unheil:

Stapel1 / Schlange1 mit Daten belegen.

Stapel1 / Schlange1 kopieren

Stapel1 / Schlange1 löschen

kopierten Stapel ausgeben

kopierte Schlange ausgeben ...



crash!

Kopierkonstruktor (*copy constructor*)

```
template<typename T>
class Schlange {
public:
    Schlange(); // Konstruktor
    Schlange(const Schlange<T>& s);
    ~Schlange(); // Destruktor
};
```

Kann wie eine Zuweisung
interpretiert werden

← **Kopierkonstruktor**

```
template<typename T>
Schlange<T>::Schlange(const Schlange<T>& s){
    ez = nullptr;
    Objekt *ptr = s.sz;
    while (ptr != nullptr) {
        enq(ptr->data);
        ptr = ptr->tail;
    }
}
```

Entstehendes
Objekt wird mit einem
bestehenden Objekt
initialisiert

Kopierkonstruktor (*copy constructor*)

Bauplan:

ObjektTyp (**const** ObjektTyp & bezeichner);

→ Kopierkonstruktor liefert / soll liefern byteweises Speicherabbild des **Objektes**

Wird **automatisch** aufgerufen, wenn:

1. ein neues Objekt erzeugt und mit einem bestehenden initialisiert wird;
2. ein Objekt per Wertübergabe als Parameter an eine Funktion übergeben wird;
3. ein Objekt mit **return** als Wert zurückgegeben wird.

```
Punkt a(1.2, 3.4); // neu
Punkt b(a);      // Kopie: direkter Aufruf des Kopierkonstruktors
Punkt c = b;    // Kopie: bewirkt Aufruf des Kopierkonstruktors
b = a;         // Zuweisung, keine Kopie → gleiche Problematik!
```

Wenn für eine Klasse der **Zuweisungsoperator** nicht überschrieben wird, dann macht das der Compiler **automatisch**.

Vorsicht:

Speicher des Objektes wird **byteweise** überschrieben.

Problem:

z.B. wenn Objekt dynamischen Speicher verwendet

⇒ gleiche Problematik wie beim Kopierkonstruktor

Merke:

Wenn die Implementierung eines **Kopierkonstruktors** nötig ist, dann höchstwahrscheinlich auch **Destruktor** und überschriebene **Zuweisung**. (Das ist die sogenannte „*Rule of Three*“.)

Überladen von Operatoren

- Operator ist eine Verknüpfungsvorschrift
- Kann man auffassen als Name einer Funktion:

Bsp: Addition $a + b$ interpretieren als $+(a, b)$

- in C++ als: $c = \text{operator+}(a, b)$


Zweck:

eine Klasse mit Funktionalität ausstatten,
die vergleichbar mit elementarem Datentyp ist

insbesondere bei
Zuweisung und **Gleichheit**

Vorteil:

Quellcode wird übersichtlicher

Überladen von Operatoren

Welche?

+	^	==	+=	^=	!=	<<	()
-	&	>	-=	&=	&&	<<=	new
*		>=	*=	=		>>	delete
/	~	<	/=	++	->	>>=	=
%	!	<=	%=	--	->*	[]	



Wie?

Objektyp& operator (const ObjektTyp& bezeichner)

Objektyp operator (const ObjektTyp& bezeichner)

Überladen von Operatoren: Zuweisung

```
template<typename T>
Schlange<T>& Schlange<T>::operator= (const Schlange<T>& s) {
    if (this == &s) return *this; // falls Selbstzuweisung
    clear(); // Speicher freigeben
    Objekt *ptr = s.sz;
    while (ptr != nullptr) {
        enq(ptr->data);
        ptr = ptr->tail;
    }
    return *this;
}
```



this ist ein Zeiger auf das Objekt selbst.

Bei der Zuweisung wird ja keine neue Instanz erzeugt;
tatsächlich wird eine vorhandene Instanz verändert.

Deshalb ist Rückgabewert eine **Referenz auf sich selbst!**

Überladen von Operatoren: Test auf Gleichheit

```
template<typename T>
bool Schlange<T>::operator==(const Schlange<T>& s) {
    if (this == &s) return true;           // Selbstvergleich?
    Objekt *ptr1 = sz;                    // this->sz
    Objekt *ptr2 = s.sz;
    while (ptr1 != nullptr && ptr2 != nullptr) {
        if (ptr1->data != ptr2->data) return false;
        ptr1 = ptr1->tail;
        ptr2 = ptr2->tail;
    }
    return (ptr1 == ptr2);
}
```

Zwei Schlangen sind gleich genau dann, wenn sie

1. gleich viele Elemente haben und
2. die Inhalte in gleicher Reihenfolge paarweise gleich sind.

Unterschied zwischen Kopierkonstruktor und Zuweisung

Kopierkonstruktor:

Initialisierung einer **neu** deklarierten Variable von **existierender** Variable

Zuweisung:

- wirkt zwar wie Kopierkonstruktor (flache Kopie bzw. tiefe Kopie), überschreibt jedoch Speicher der **existierenden** Variable mit dem Speicher der zuweisenden, **existierenden** Variable
- zusätzlich ggf. Aufräumen: Freigabe dynamischer Speicher
- außerdem: Rückgabe einer Referenz auf sich selbst

Automatisch erzeugte Methoden *erzwingen* (C++11)

- Schlüsselwort **default** ist Anweisung an Compiler, die Standardimplementierung zu erzeugen
- z.B. für den parameterlosen Standard-Konstruktor

```
class Punkt {  
private:  
    double x, y;  
public:  
    Punkt() = default;  
};
```

Der Compiler soll seine Standardimplementierung verwenden

```
Punkt(double ax, double ay) : x(ax), y(ay){}  
};
```

Automatisch erzeugte Methoden *verhindern* (C++11)

- Schlüsselwort **delete** verhindert die Erzeugung von Methoden
- z.B. für Klassen, deren Instanzen nicht kopiert werden können

```
class Punkt {  
private:  
    double x, y;  
public:  
    Punkt(const Punkt& p) = delete;
```

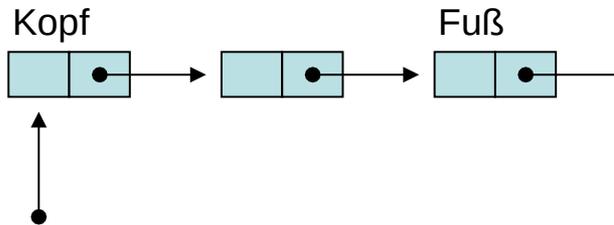
Der Compiler soll keinen Kopierkonstruktor erzeugen

```
    Punkt& operator=(const Punkt& p) = delete;
```

Der Compiler soll keinen Zuweisungsoperator erzeugen

```
};
```

ADT Liste (1. Version)



Liste wird nur durch **einen Zeiger** auf ihren Listenkopf repräsentiert

Operationen:

create : → Liste

empty : Liste → bool

append : T x Liste → Liste

prepend : T x Liste → Liste

clear : → Liste

is_elem : T x Liste → bool

hängt am Ende an
vor Kopf einfügen

ist Element enthalten?

ADT Liste (1. Version)

```
template<typename T>
class Liste {
public:
    Liste(); // Konstruktor
    Liste(const Liste<T>& liste); // Kopierkonstruktor
    void append(const T& x); // hängt hinten an
    void prepend(const T& x); // fügt vorne ein
    bool empty(); // Liste leer?
    bool is_elem(const T& x); // ist Element x in Liste?
    void clear(); // Liste leeren
    ~Liste(); // Destruktor
private:
    struct Objekt { // privater Datentyp
        T data; // Nutzdaten
        Objekt *next; // Zeiger auf nächstes
    };
    Objekt *sz; // Startzeiger auf
    Listenkopf
    void clear(Objekt *obj); // Hilfsmethode zum Leeren
};
```

ADT Liste (1. Version)

```
template<typename T>
Liste<T>::Liste() {
    sz = nullptr;
}
template<typename T>
void Liste<T>::clear(Objekt *obj) {
    if (obj == nullptr) return;
    clear(obj->next);
    delete obj;
}
template<typename T>
void Liste<T>::clear() {
    clear(sz);
    sz = nullptr;
}
template<typename T>
Liste<T>::~~Liste() {
    clear();
}
```

Laufzeit:

unabhängig von Listenlänge

rekursives Löschen von
„hinten“ nach „vorne“**Laufzeit:**

proportional zur Listenlänge



ADT Liste (1. Version)

```
template<typename T>
bool Liste<T>::empty() {
    return (sz == nullptr);
}
template<typename T>
bool Liste<T>::is_elem(const T& x) {
    Objekt *ptr = sz;
    while (ptr != nullptr) {
        if (ptr->data == x) return true;
        ptr = ptr->next;
    }
    return false;
}
template<typename T>
void Liste<T>::prepend(const T& x){
    Objekt *obj = new Objekt;
    obj->data = x;
    obj->next = sz;
    sz = obj;
}
```

Laufzeit:

unabhängig von Listenlänge

iterativer Durchlauf von
„vorne“ nach „hinten“

Laufzeit:

proportional zur Listenlänge

Laufzeit:

unabhängig von Listenlänge

ADT Liste (1. Version)

```

template<typename T>
void Liste<T>::append(const T& x) {
    Objekt *obj = new Objekt;
    obj->data = x;
    obj->next = nullptr;
    if (empty()) sz = obj;
    else {
        Objekt *ptr = sz;
        while (ptr->next != nullptr)
            ptr = ptr->next;
        ptr->next = obj;
    }
}

```

} neuen Eintrag erzeugen

Liste leer? → Kopf = neuer Eintrag

} iterativer Durchlauf von
„vorne“ nach „hinten“

Laufzeit:

proportional zur Listenlänge

```

template<typename T>
Liste<T>::Liste(const Liste<T>& liste) : sz(nullptr) {
    for (Objekt *ptr = liste.sz; ptr != nullptr; ptr = ptr->next)
        append(ptr->data);
}

```

Laufzeit: quadratisch proportional zur Listenlänge!

ADT Liste (1. Version)

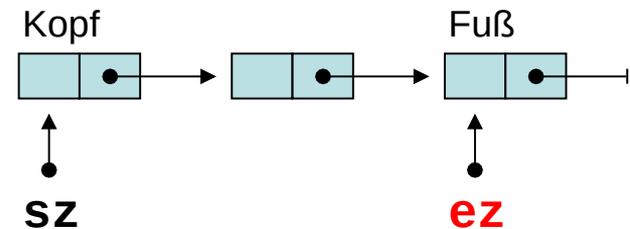
Zusammenfassung:

1. Laufzeit von **clear** proportional zur Listenlänge
 - kann nicht verbessert werden, weil ja jedes Element gelöscht werden muss
 - unproblematisch, weil nur selten aufgerufen
2. Laufzeit des **Kopierkonstruktors** quadratisch proportional zur Listenlänge
 - kann nur verbessert werden, wenn **append** verbessert werden kann
 - bestenfalls Laufzeit proportional zur Listenlänge: muss alle Elemente kopieren!
3. Laufzeit von **is_elem** proportional zur Listenlänge
 - kann bei dieser **Datenstruktur** nicht verbessert werden
 - später verbessert durch ADT BinärerSuchbaum
4. Laufzeit von **append** proportional zur Listenlänge
 - kann durch Veränderung der **Implementierung** verbessert werden
 - zusätzlicher Zeiger auf das Ende der Liste

ADT Liste (2. Version)

```
template<typename T>
class Liste {
public:
    // keine Änderungen
private:
    struct Objekt {
        T      data;
        Objekt *next;
    } *sz, *ez;
    // sonst keine Änderungen
};
```

Liste besteht aus 2 Zeigern:
Zeiger auf Listenkopf (Start)
Zeiger auf Listenuß (Ende)



Kennzeichnung der leeren Liste jetzt durch Nullzeiger bei **ez**.

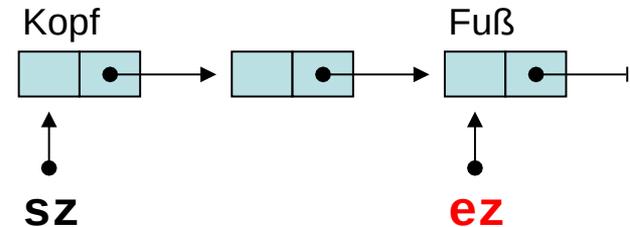
ADT Liste (2. Version)

```
template<typename T>
Liste<T>::Liste() {
    ez = sz = nullptr;
}
```

```
template<typename T>
bool Liste<T>::empty() {
    return (ez == nullptr);
}
```

```
template<typename T>
Liste<T>::~~Liste() {
    clear();
}
```

Liste besteht aus 2 Zeigern:
Zeiger auf Listenkopf (Start)
Zeiger auf Listenuß (Ende)



Kennzeichnung der leeren Liste jetzt durch Nullzeiger bei **ez**.

ADT Liste (2. Version)

```

template<typename T>
void Liste<T>::clear(Objekt *obj) {
    if (obj == nullptr) return;
    clear(obj->next);
    delete obj;
}
template<typename T>
void Liste<T>::clear() {
    clear(sz);
    ez = sz = nullptr;
}

```

keine Änderungen!

Laufzeit:

proportional zur Listenlänge



→ keine Verbesserung (OK)

```

template<typename T>
bool Liste<T>::is_elem(const T& x) {
    Objekt *ptr = sz;
    while (ptr != nullptr) {
        if (ptr->data == x) return true;
        ptr = ptr->next;
    }
    return false;
}

```

keine Änderungen!

Laufzeit:

proportional zur Listenlänge

→ keine Verbesserung (OK)

ADT Liste (2. Version)

```
template<typename T>
void Liste<T>::prepend(const T& x){
    Objekt *obj = new Objekt;
    obj->data = x;
    obj->next = sz;
    sz = obj;
    if (empty()) ez = obj;
}
```

```
template<typename T>
void Liste<T>::append(const T& x) {
    Objekt *obj = new Objekt;
    obj->data = x;
    obj->next = nullptr;
    if (empty()) sz = obj;
    else ez->next = obj;
    ez = obj;
}
```

keine Änderungen!

Laufzeit:

unabhängig von Listenlänge

Laufzeit:

unabhängig von Listenlänge

→ **Verbesserung!**

ADT Liste (2. Version)

```

template<typename T>
Liste<T>::Liste(const Liste<T>& liste) {
    ez = nullptr;
    for (Objekt *ptr = liste.sz; ptr != nullptr; ptr = ptr->next)
        append(ptr->data);
}

```

Laufzeit:

proportional zur Listenlänge, weil **append** verbessert wurde → **Verbesserung!**

	Version 1		Version 2	
Elemente	Debug	Release	Debug	Release
5000	145469	32107	9504	1627
10000	566812	125605	19491	3279
20000	2234480	495467	38610	6444

Anzahl Elemente mal 4 ⇒
 Laufzeit mal $4^2=16$ (Version 1)
 Laufzeit mal 4 (Version 2)

Laufzeit in $\mu\text{sek.}$ für Kopieroperation

ADT Liste (2. Version)

Zusammenfassung:

1. Laufzeit von **clear** proportional zur Listenlänge
 - kann nicht verbessert werden, weil ja jedes Element gelöscht werden muss
 - unproblematisch, weil nur selten aufgerufen
2. Laufzeit von **is_elem** proportional zur Listenlänge
 - kann bei dieser **Datenstruktur** nicht verbessert werden
 - verbessern wir gleich durch ADT BinärBaum
3. Laufzeit von **append** **unabhängig** von Listenlänge
 - war proportional zur Listenlänge in 1. Version
 - Verbesserung erzielt durch Veränderung der **Implementierung**
4. Laufzeit des Kopierkonstruktors **proportional zur Listenlänge**
 - war quadratisch proportional zur Listenlänge in 1. Version
 - Verbesserung erzielt durch Verbesserung von **append**

ADT Binärer Suchbaum

Vorbemerkungen:

Zahlenfolge (z. B. 17, 4, 36, 2, 8, 19, 40, 6, 7, 37) soll gespeichert werden, um später darin suchen zu können

Man könnte sich eine Menge A vorstellen mit Anfrage: Ist $40 \in A$?

Mögliche Lösung: Zahlen in einer Liste speichern und nach 40 suchen ...

... aber: **nicht effizient**,
weil im schlechtesten Fall **alle** Elemente überprüft werden müssen!

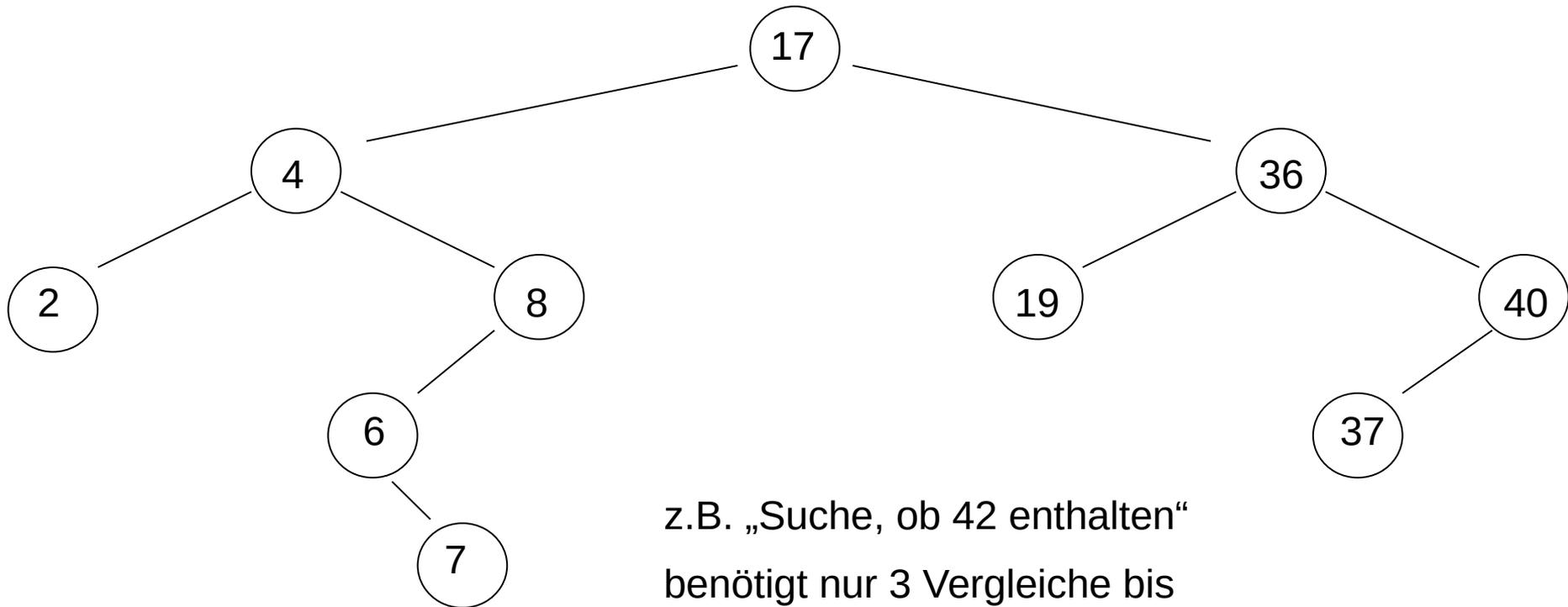
Bessere Lösungen?

ADT Binärer Suchbaum

Beispiel:

Zahlenfolge 17, 4, 36, 2, 8, 19, 40, 6, 7, 37

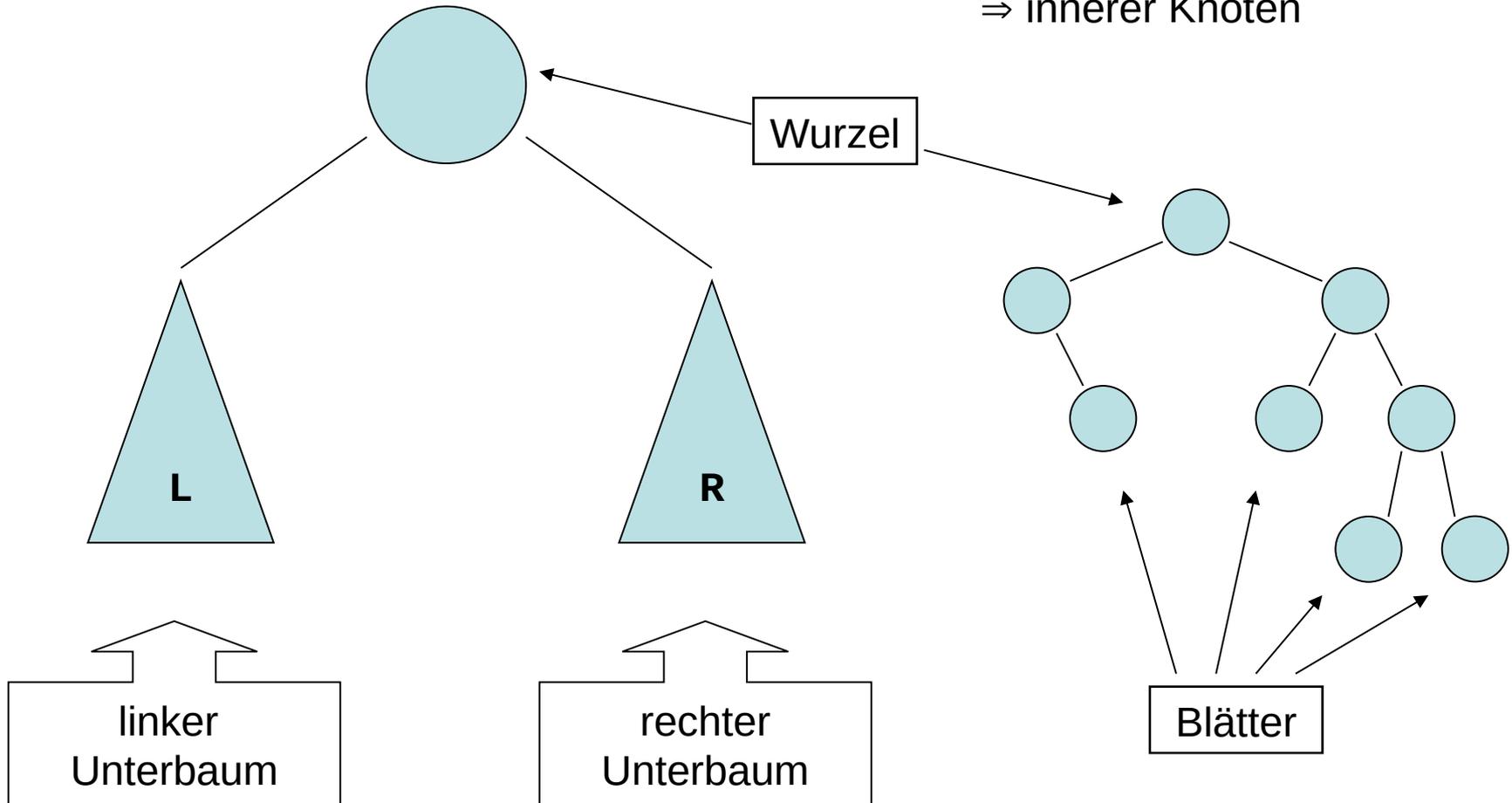
kleiner : nach links
größer : nach rechts



z.B. „Suche, ob 42 enthalten“
benötigt nur 3 Vergleiche bis
zur Entscheidung **false**

ADT Binärer Suchbaum: Terminologie

keine Wurzel und kein Blatt
 ⇒ innerer Knoten



ADT Binärer Suchbaum: Klassendefinition

```
template<typename T>
class BinTree {
private:
    struct Node {
        T data;
        Node *left, *right;
    } *root;
    Node *insert(Node *node, T key);
    bool isElem(Node *node, T key);
    void clear(Node *node);
public:
    BinTree()          { root = nullptr; }
    void insert(T x)   { root = insert(root, x); }
    bool isElem(T x)  { return isElem(root, x); }
    void clear()       { clear(root); root = nullptr; }
    ~BinTree()         { clear(); }
};
```

leerer Unterbaum
→ Nullzeiger

ADT Binärer Suchbaum: Element suchen

```
template<typename T>
bool BinTree<T>::isElem(Node *node, T key) {
    if (node == nullptr) return false;
    if (node->data == key) return true;
    if (node->data < key) return isElem(node->right, key);
    return isElem(node->left, key);
}
```

Rekursive Suche:

Falls kein Erfolg im aktuellen Knoten,
dann Frage an den Unterbaum
weiterreichen, der das Element
enthalten müsste.

Falls Knoten Element enthält: Erfolg!

Falls Unterbaum leer, dann Element
nicht vorhanden.

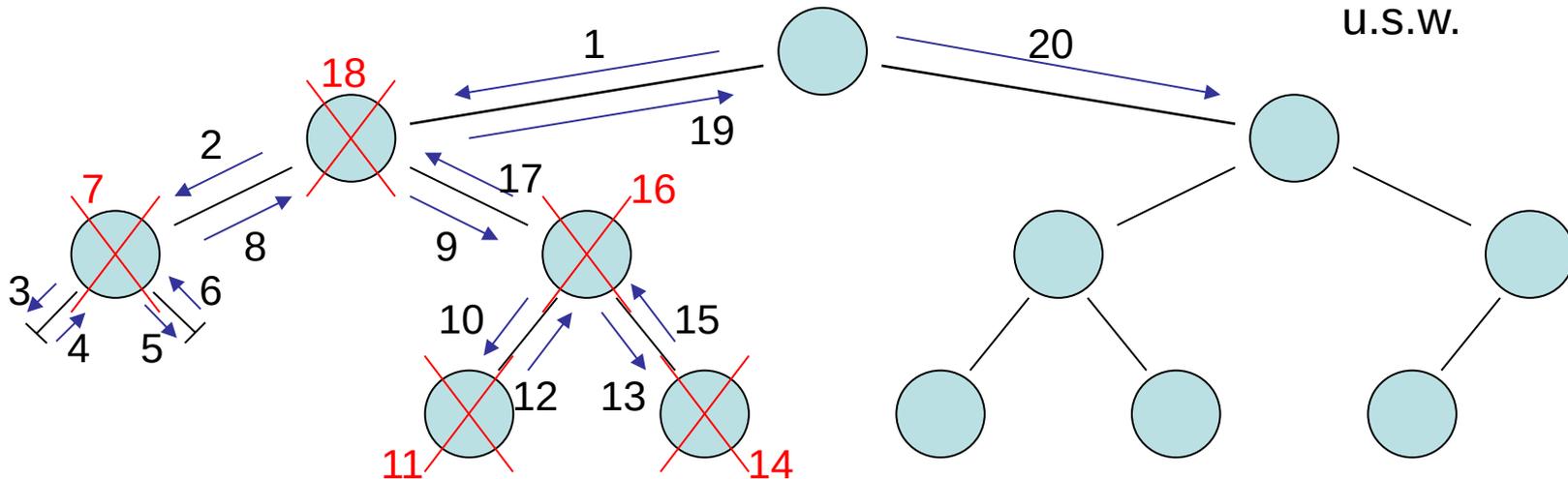
Rekursionsverankerung
(Abbruchbedingung)



ADT Binärer Suchbaum: Aufräumen

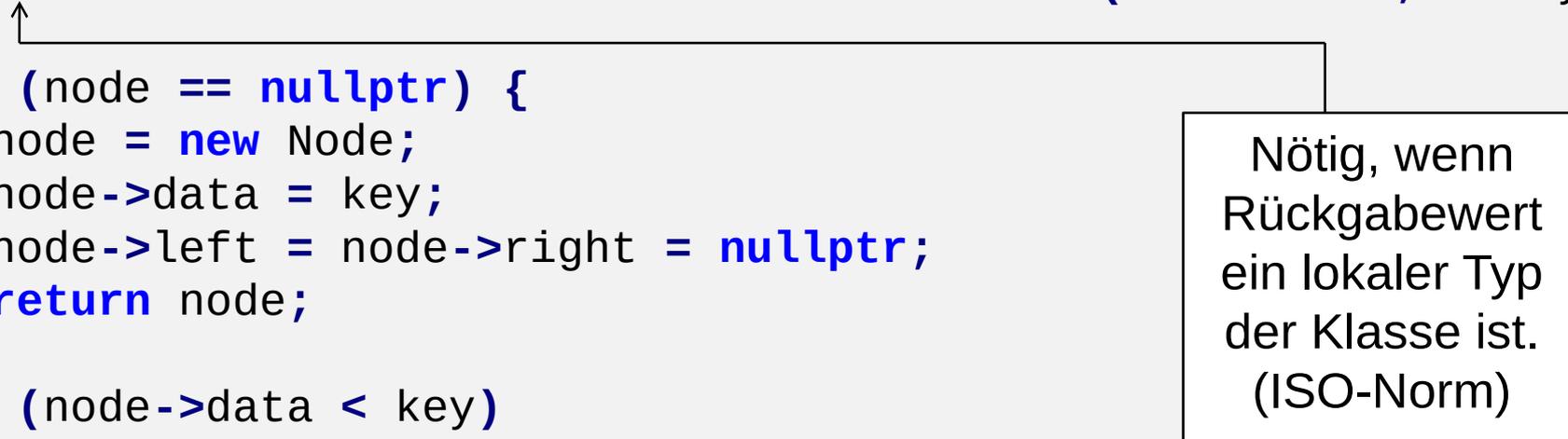
```

template<typename T>
void BinTree<T>::clear(Node *node) {
    if (node == nullptr) return; // Rekursionsabbruch
    clear(node->left);           // linken Unterbaum löschen
    clear(node->right);          // rechten Unterbaum löschen
    delete node;                 // Knoten löschen
}
    
```



ADT Binärer Suchbaum: Einfügen

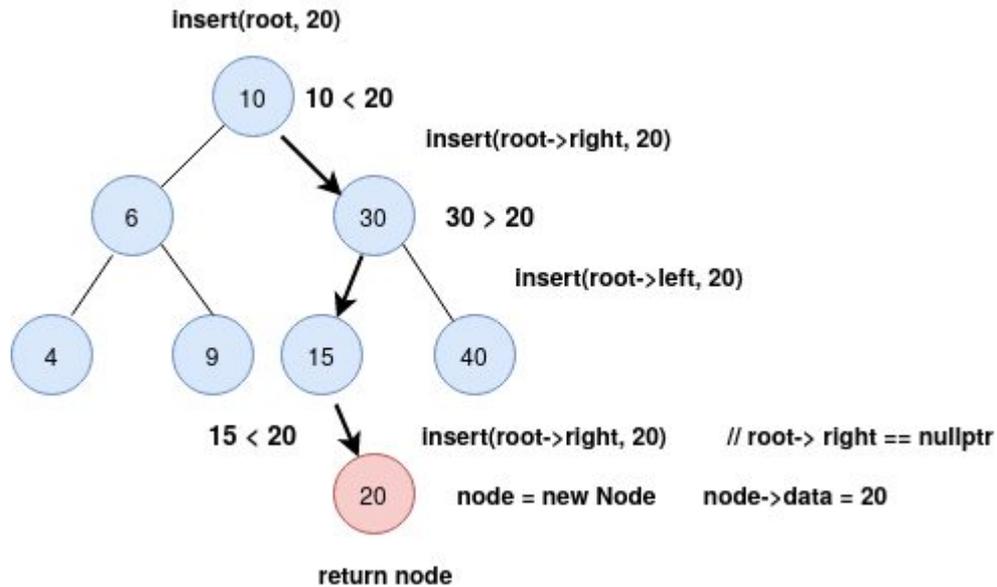
```
template<typename T>
typename BinTree<T>::Node* BinTree<T>::insert(Node *node, T key)
{
    if (node == nullptr) {
        node = new Node;
        node->data = key;
        node->left = node->right = nullptr;
        return node;
    }
    if (node->data < key)
        node->right = insert(node->right, key);
    else if (node->data > key)
        node->left = insert(node->left, key);
    return node;
}
```



Nötig, wenn Rückgabewert ein lokaler Typ der Klasse ist. (ISO-Norm)

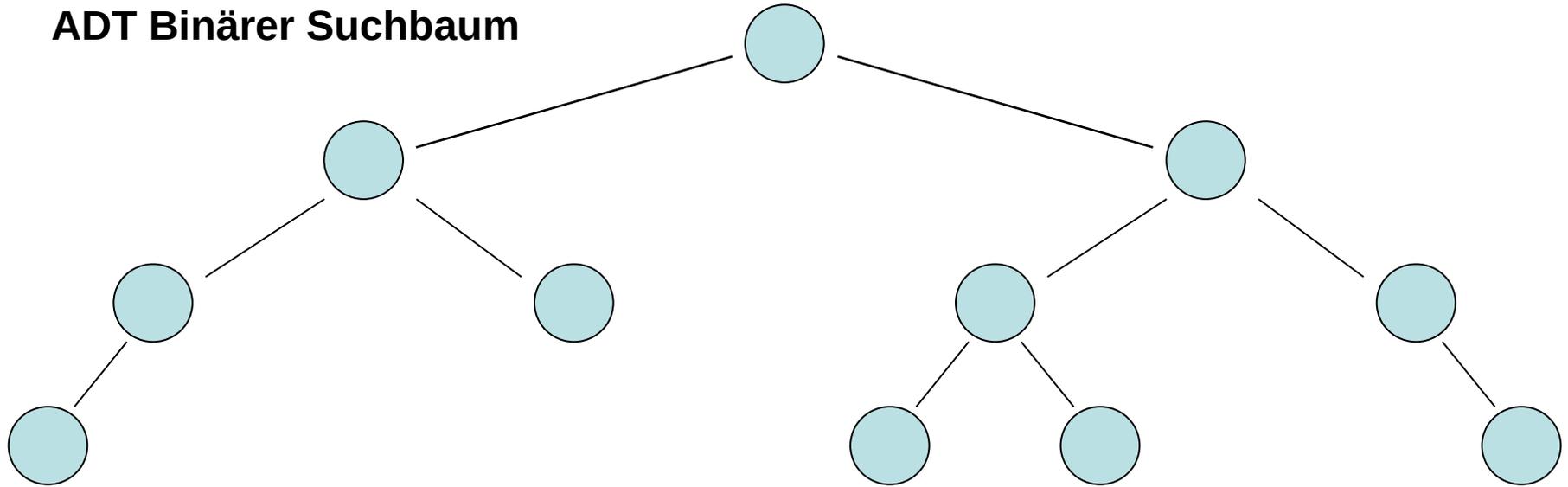
Rekursives Einfügen

ADT Binärer Suchbaum: Einfügen (Beispiel)



Füge key = 20 ein

ADT Binärer Suchbaum



Höhe := Länge des **längsten Pfades** von der Wurzel zu einem Blatt.

Höhe(leerer Baum) = 0

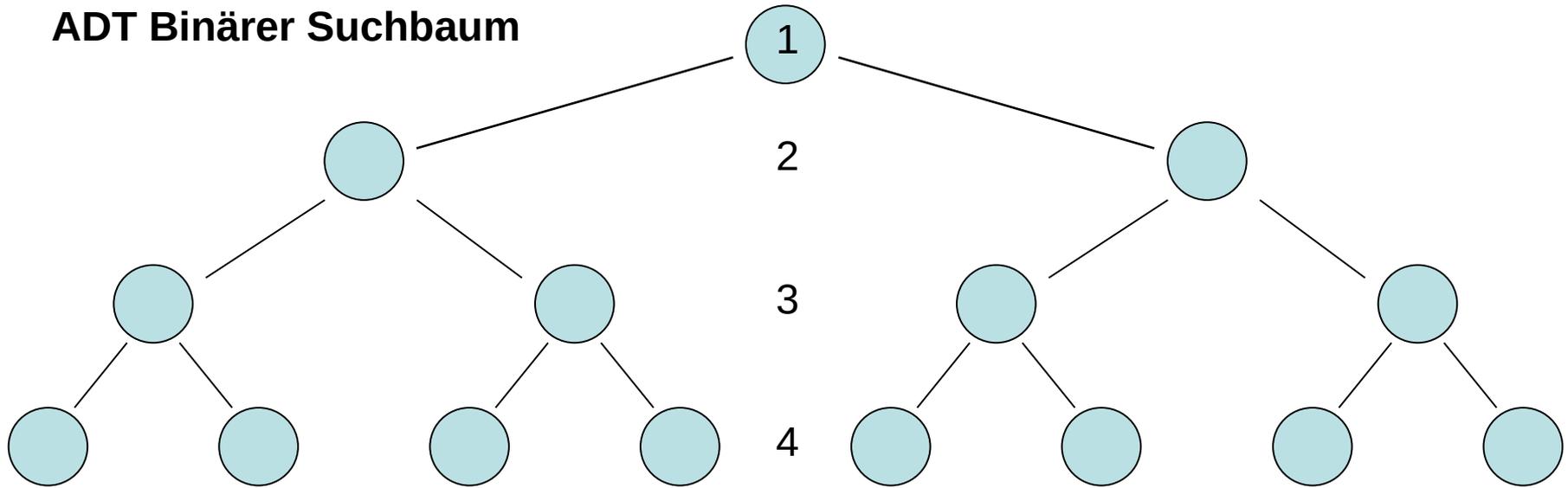
Höhe(nicht leerer Baum) = $1 + \max \{ \text{Höhe}(\text{linker U-Baum}), \text{Höhe}(\text{rechter U-Baum}) \}$



Anmerkung: rekursive Definition!

(U-Baum = Unterbaum)

ADT Binärer Suchbaum

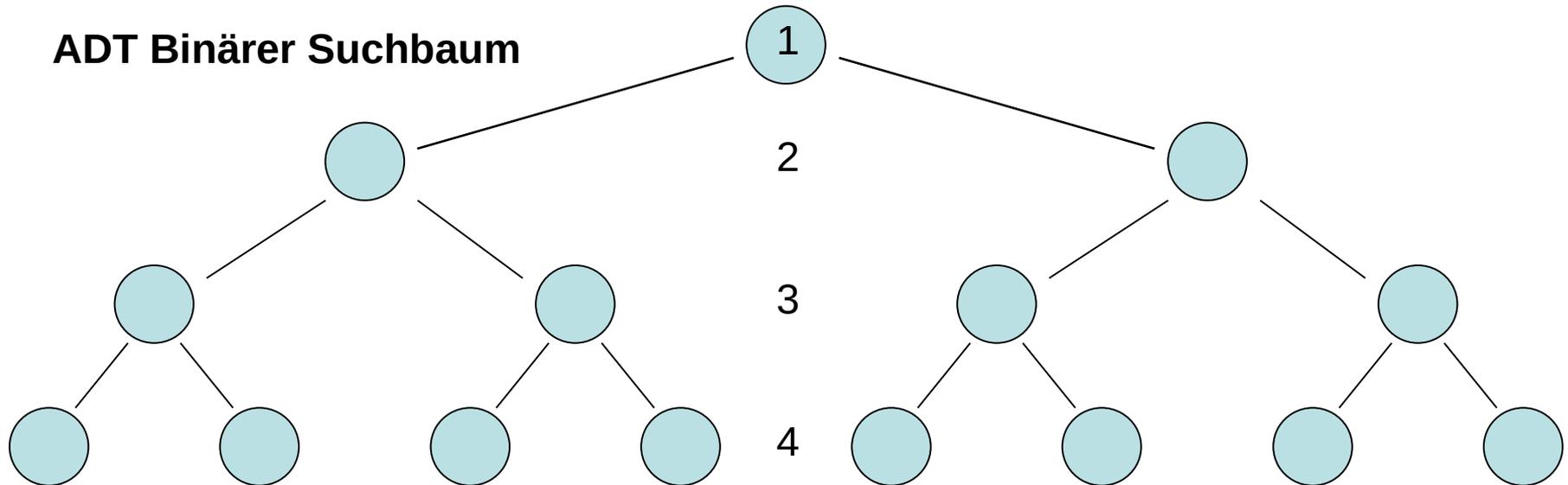


Auf Ebene k können jeweils zwischen 1 und 2^{k-1} Elemente gespeichert werden.

In einem Baum der Höhe h können also zwischen h und

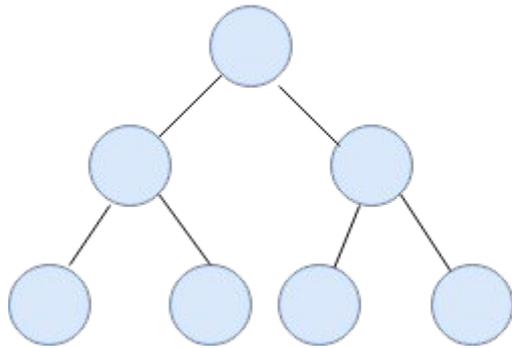
$$\sum_{k=1}^h 2^{k-1} = 2^h - 1 \quad \text{Elemente gespeichert werden.}$$

ADT Binärer Suchbaum

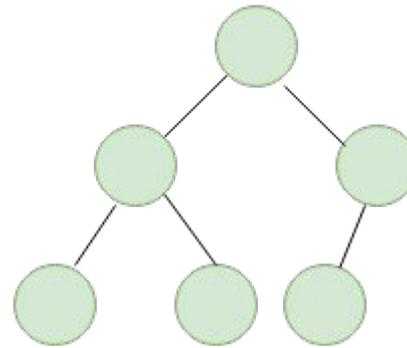


- Ein **vollständiger Baum** der Höhe h besitzt $2^h - 1$ Knoten.
Man braucht maximal h Vergleiche, um Element (ggf. nicht) zu finden.
Bei $n = 2^h - 1$ Elementen braucht man $\log_2(n) < h$ Vergleiche.
- Ein **degenerierter Baum** der Höhe h besitzt h Knoten (= lineare Liste).
Man braucht maximal h Vergleiche, um Element (ggf. nicht) zu finden.
Bei $n = h$ braucht man also n Vergleiche.

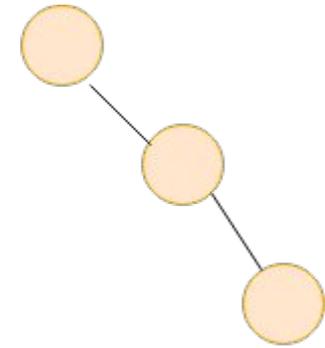
ADT Binärer Suchbaum: Baumtypen



„Full“



„Complete“



„Degenerated“

Datei := speichert Daten in linearer Anordnung

Zwei Typen:

- **ASCII-Dateien**

- sind mit Editor les- und schreibbar
- Dateiendung („suffix“ oder „extension“) z.B. **.txt** oder **.asc** (oder **.cpp**)
- Betriebssystem-spezifische Übersetzung von Zeichen bei Datentransfer zwischen Programm und externem Speicher

- **Binär-Dateien**

- werden byteweise beschrieben und gelesen
- lesen / schreiben mit Editor ist keine gute Idee
- schnellerer Datentransfer, da keine Zeichenübersetzung

Hier: **einfache** Dateibehandlung!

- Dateien können **gelesen** oder **beschrieben** werden.
- Vor dem ersten Lesen oder Schreiben muss **Datei geöffnet** werden.
- Man kann prüfen, ob das Öffnen funktioniert hat.
- Nach dem letzten Lesen oder Schreiben muss **Datei geschlossen** werden.
- Bei zu lesenden Dateien kann gefragt werden, ob **Ende der Datei** erreicht ist.
- Beim Öffnen einer zu schreibenden Datei wird vorheriger **Inhalt gelöscht!**
- Man kann noch viel mehr machen ...

wir benötigen:

```
#include <fstream>
```

- Eingabe-Datei = input file

```
ifstream Quelldatei;
```



Datentyp

Bezeichner

- Ausgabe-Datei = output file

```
ofstream Zielfdatei;
```



Datentyp

Bezeichner

- Öffnen der Datei:

```
Quelldatei.open(dateiName);
```

ist Kurzform von

```
Quelldatei.open(dateiName, modus);
```

wobei fehlender modus bedeutet:

ASCII-Datei,

Eingabedatei (weil ifstream)

- Öffnen der Datei:

```
Zielfdatei.open(dateiName);
```

ist Kurzform von

```
Zielfdatei.open(dateiName, modus);
```

wobei fehlender modus bedeutet:

ASCII-Datei,

Ausgabedatei (weil ofstream)

modus:

- ios::binary** binäre Datei
- ios::in** öffnet für Eingabe (implizit bei ifstream)
- ios::out** öffnet für Ausgabe (implizit bei ofstream)
- ios::app** hängt Daten am Dateiende an
- (weitere: ios::ate, ios::trunc)

Man kann diese Modi mit dem bitweisen Oder-Operator | miteinander kombinieren:

ios::binary | ios::app (öffnet als binäre Datei und hängt Daten an)

- **Datei öffnen**
`file.open(fileName);` bzw. `file.open(fileName, modus);`
falls Öffnen fehlschlägt, wird intern Flag gesetzt → mit `file.is_open()` prüfen!
- **Datei schließen**
`file.close()`
sorgt für definierten Zustand der Datei auf Dateisystem;
bei nicht geschlossenen Dateien droht Datenverlust!
- **Ende erreicht?**
ja falls `file.eof() == true`
- **Lesen** (von ifstream)
`file.get(c);` liest ein Zeichen
`file >> x;` liest verschiedene Typen
- **Schreiben** (in ofstream)
`file.put(c);` schreibt ein Zeichen
`file << x;` schreibt verschiedene Typen

Merke:

1. Auf eine geöffnete Datei darf **immer nur einer** zugreifen.
2. Eine geöffnete Datei belegt Ressourcen des Betriebssystems.
⇒ Deshalb Datei **nicht länger als nötig geöffnet** halten.
3. Eine geöffnete Datei unbekannter Länge kann solange gelesen werden, bis das Ende-Bit (*end of file*, EOF) gesetzt wird.
4. Der Versuch, eine nicht vorhandene Datei zu öffnen (zum Lesen) oder eine schreibgeschützte Datei zu öffnen (zum Schreiben), führt zum Setzen eines **Fehlerzustandes** im **fstream**-Objekt.
⇒ Das **muss überprüft werden**, sonst Absturz bei weiterer Verwendung!
5. Dateieingabe und -ausgabe (*input/output*, I/O) ist **sehr langsam** im Vergleich zu den Rechenoperationen.
⇒ I/O-Operationen minimieren.

“The fastest I/O is no I/O.”

Nils-Peter Nelson, Bell Labs

```
#include <iostream>
#include <fstream>

using namespace std;

int main() { // zeichenweise kopieren
    ifstream Quelldatei;
    ofstream Zieldatei;

    Quelldatei.open("quelle.txt");
    if (!Quelldatei.is_open()) {
        cerr << "konnte Datei nicht zum Lesen öffnen\n";
        exit(1);
    }
    Zieldatei.open("ziel.txt");
    if (!Zieldatei.is_open()) {
        cerr << "konnte Datei nicht zum Schreiben öffnen\n";
        exit(1);
    }
}
```

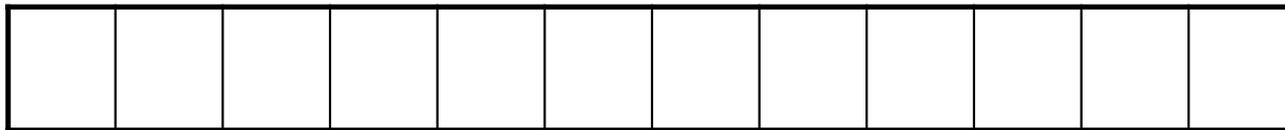
```

while (!Quelldatei.eof()) {
    char c;
    Quelldatei.get(c);
    Zieldatei.put(c);
}

Quelldatei.close();
Zieldatei.close();

return 0;
}
    
```

offene
Datei



Start



aktuelle Position



eof() == true

Bisher:

Zeichenketten wie `char str[20];`

- Relikt aus C-Programmierung!
- bei größeren Programmen mühevoll, lästig, ...
- ... und insgesamt **fehlerträchtig!**

Jetzt:

Zeichenketten aus C++

- sehr angenehm zu verwenden (keine 0 am Ende, variable Größe, ...)
- eingebaute (umfangreiche) Funktionalität

wir benötigen: `#include <string>` und `using namespace std;`

Datendefinition / Initialisierung

```
string s1;           // leerer String
string s2 = "xyz";  // initialisieren mit C-String
string s3 = s2;     // vollständige Kopie!
string s4("abc");   // initialisieren mit C-String
string s5(s4);      // initialisieren mit C++-String
string s6(10, '*'); // ergibt String aus 10 mal *
string s7(1, 'x');  // initialisieren mit einem char
string sx('x');     // FEHLER!
string s8("");      // leerer String
```

Eingebaute Funktionen

- Konvertierung C++-String nach C-String via `c_str()`

```
const char *Cstr = s2.c_str();
```

- Stringlänge `length()`

```
cout << s2.length();
```

- Index von Teilstring finden

```
int pos = s2.find("yz");
```

- Strings „addieren“ (aneinanderhängen)

```
s1 = s2 + s3;  
s4 = s2 + "hello";  
s5 += s4;
```

- Strings vergleichen

```
if (s1 == s2) s3 += s2;  
if (s3 < s8) flag = true;
```

- `substr()`,
`replace()`,
`erase()`,
...

ADT Binäre Bäume: Anwendung

Aufgabe:

Gegeben sei eine Textdatei.

Häufigkeiten der vorkommenden Worte feststellen.

Alphabetisch sortiert ausgeben.

Strategische Überlegungen:

Lesen aus Textdatei → **ifstream** benutzen

Sortierte Ausgabe → Binärbaum: schnelles Einfügen, sortiert „von selbst“

Worte vergleichen → C++-Strings verwenden

Programmskizze:

Jeweils ein Wort aus Datei lesen und in Binärbaum eintragen.

Falls Wort schon vorhanden, dann Zähler erhöhen.

Wenn alle Wörter eingetragen, Ausgabe (Wort, Anzahl) via **Inorder**-Durchlauf.

zusätzlicher Zähler im Knoten

```
struct Node {
    T data;
    unsigned int cnt;
    BinTree *left, *right;
};
```

gelesenes Wort
wie oft gelesen?

zusätzlicher Konstruktor (zum Einlesen der Datei)

```
template<typename T>
BinTree<T>::BinTree(string& filename)
: BinTree() {
    ifstream source;
    source.open(filename.c_str());
    if (!source.is_open()) exit(1);
    T s;
    while (!source.eof()) {
        source >> s;
        insert(s);
    }
    source.close(); }
```

Delegation an
Default-Konstruktor:
Wurzel-Knoten
initialisieren

Datei öffnen

Worte einzeln
auslesen und im
Baum einfügen

Datei schließen

Einfügen (Änderungen in **rot**)

```
template<typename T>
typename BinTree<T>::Node *BinTree<T>::insert(Node *node, T
key) {
    if (node == nullptr) {
        node = new Node;
        node->data = key;
        node->cnt = 1;
        node->left = node->right = nullptr;
        return node;
    }
    if (node->data < key)
        node->right = insert(node->right, key);
    else if (node->data > key)
        node->left = insert(node->left, key);
    else
        node->cnt++;
    return node;
}
```

Ausgabe (rekursiv)

```
template<typename T>
void BinTree<T>::print(Node *node) {
    if (node == nullptr) return;
    print(node->left);
    cout << node->cnt << " " << node->data.c_str() <<
endl;
    print(node->right);
}
```



Dies ist die **Inorder**-Ausgabe.

Präorder:

```
cout ...;
print(...);
print(...);
```

Postorder:

```
print(...);
print(...);
cout ...;
```

Hauptprogramm:

```
#include <string>
#include "BinTree.h"
using namespace std;

int main() {
    string s("quelle.txt");
    BinTree<string> b(s);
    b.print();
    return 0;
}
```

Durchlaufstrategien:

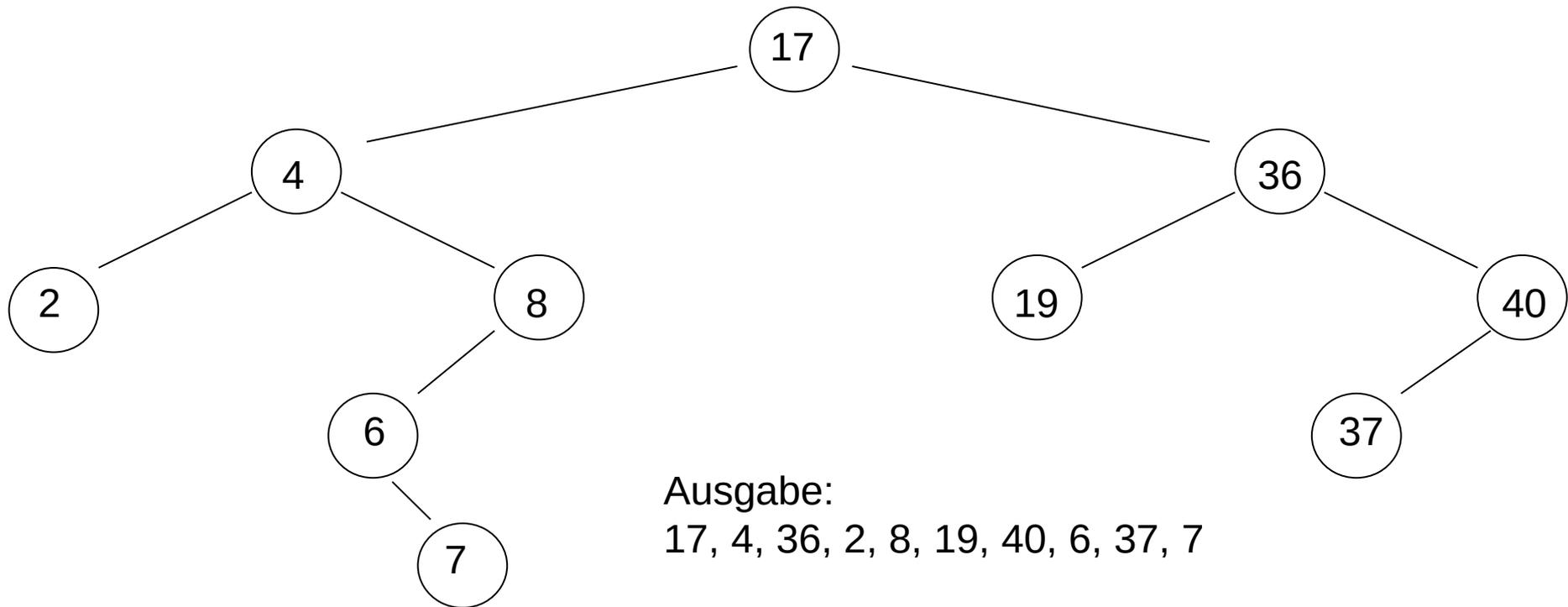
- **Tiefensuche** („depth-first search“, DFS)
 - Präorder
Vor (*prä*) Abstieg in Unterbäume die „Knotenbehandlung“ durchführen
 - Postorder
Nach (*post*) Abstieg in bzw. Rückkehr aus Unterbäumen die „Knotenbehandlung“ durchführen
 - Inorder
Zwischen zwei Abstiegen „Knotenbehandlung“ durchführen
- **Breitensuche** („breadth-first search“, BFS; auch: „level search“)
auf jeder Ebene des Baumes werden Knoten abgearbeitet,
bevor in die Tiefe gegangen wird



z.B. Ausdruck des
Knotenwertes

Breitensuche

Beispiel: eingegebene Zahlenfolge 17, 4, 36, 2, 8, 40, 19, 6, 7, 37

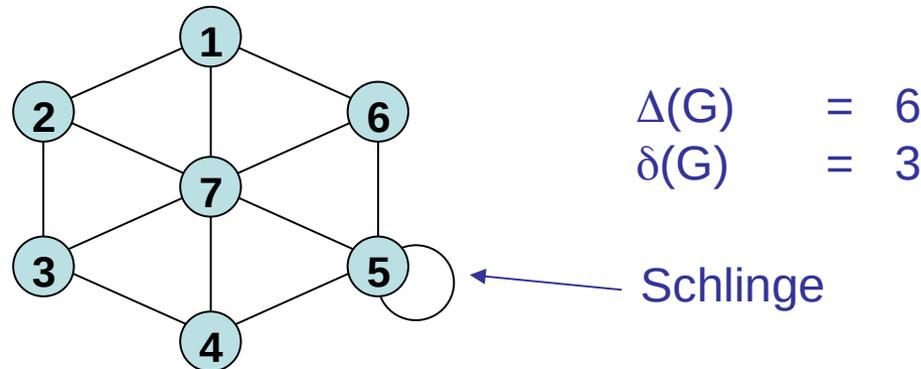


ADT Graph

- **Verallgemeinerung** von (binären) Bäumen
- Wichtige Struktur in der Informatik
- Zahlreiche Anwendungsmöglichkeiten
 - Modellierung von Telefonnetzen, Versorgungsnetzwerken, Straßenverkehr, ...
 - Layout-Fragen bei elektrischen Schaltungen
 - Darstellung sozialer Beziehungen
 - etc.
- Viele Probleme lassen sich als Graphenprobleme „verkleiden“ und dann mit Graphalgorithmen lösen!

Definition

Ein **Graph** $G = (V, E)$ besteht aus einer Menge von **Knoten** V („vertex, pl. vertices“) und einer Menge von **Kanten** E („edge, pl. edges“) mit $E \subseteq V \times V$.



Eine Kante (u, v) heißt **Schlinge** („loop“), wenn $u = v$.

Der **Grad** („degree“) eines Knotens $v \in V$ ist die Anzahl der zu ihm inzidenten Kanten: $\deg(v) = |\{ (a, b) \in E : a = v \text{ oder } b = v \}|$. **Schlingen zählen doppelt.**

Maxgrad von G ist $\Delta(G) = \max \{ \deg(v) : v \in V \}$

Mingrad von G ist $\delta(G) = \min \{ \deg(v) : v \in V \}$

Definition

Für $v_i \in V$ heißt $(v_0, v_1, v_2, \dots, v_k)$ ein **Weg** oder **Pfad** in G , wenn $(v_i, v_{i+1}) \in E$ für alle $i = 0, 1, \dots, k-1$.

Die **Länge** eines Pfades ist die Anzahl seiner Kanten.

Ein Pfad $(v_0, v_1, v_2, \dots, v_k)$ mit $v_0 = v_k$ wird **Kreis** genannt.

Distanz $\text{dist}(u, v)$ von zwei Knoten ist die Länge des kürzesten Pfades von u nach v .

Durchmesser $\text{diam}(G)$ eines Graphes G ist das Maximum über alle Distanzen:

$$\text{diam}(G) = \max \{ \text{dist}(u, v) : (u, v) \in V \times V \}.$$

Graph ist **zusammenhängend**, wenn $\forall u, v \in V$ mit $u \neq v$ einen Pfad gibt.

G heißt **Baum** gdw. G zusammenhängend und kreisfrei.

Darstellung im Computer

- **Adjazenzmatrix** A mit $a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{falls } (v_i, v_j) \in E \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

Problem:

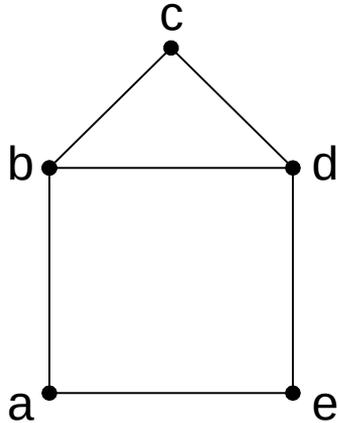
Da $|E| \leq |V|^2 = n^2$ ist Datenstruktur ineffizient (viele Nullen)
wenn $|E|$ verschwindend klein.

- **Adjazenzlisten:**

Für jeden Knoten v eine (Nachbarschafts-) Liste $L(v)$ mit

$$L(v) = \{ u \in V : (v, u) \in E \}$$

Beispiel:



Adjazenzlisten

 $L(a) = (b, e)$ $L(b) = (a, c, d)$ $L(c) = (b, d)$ $L(d) = (b, c, e)$ $L(e) = (a, d)$

ADT Liste

Adjazenzmatrix

	a	b	c	d	e
a	0	1	0	0	1
b	1	0	1	1	0
c	0	1	0	1	0
d	0	1	1	0	1
e	1	0	0	1	0

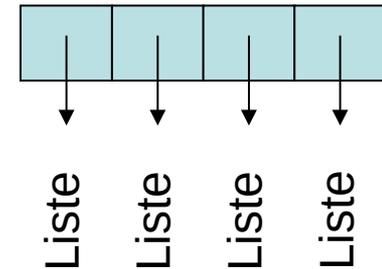
Array[][]

Mögliche Funktionalität

```
typedef unsigned int uint;    —————>   typedef Datentyp TypName;
```

```
class Graph {  
public:  
    Graph(uint NoOfNodes);  
    void addEdge(uint Node1, uint Node2);  
    bool hasEdge(uint Node1, uint Node2);  
    uint noOfEdges();  
    uint noOfNodes();  
    void printGraph();  
    ~Graph();  
private:  
    uint mNoOfNodes;  
    Liste<uint> *mAdjList;  
};
```

mAdjList: Array
von Zeigern auf
Liste<uint>



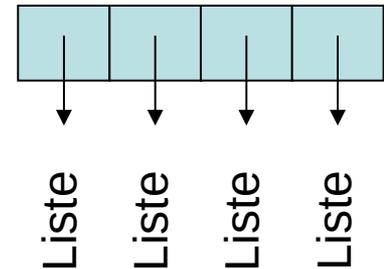
```
#include <iostream>
#include "Graph.h"
using namespace std;

Graph::Graph(uint NoOfNodes) {
    mNoOfNodes = NoOfNodes;
    if (mNoOfNodes > 0)
        mAdjList = new Liste<uint>[mNoOfNodes];
}

Graph::~~Graph() {
    if (mNoOfNodes > 0) delete[] mAdjList;
}

void Graph::printGraph() {
    for (uint i = 0; i < mNoOfNodes; i++) {
        cout << i << " : ";
        mAdjList[i].print();
    }
}
```

mAdjList: Array
von Zeigern auf
Liste<uint>



```
void Graph::addEdge(uint Node1, uint Node2) {
    if (!hasEdge(Node1, Node2)) {
        mAdjList[Node1].append(Node2);
        mAdjList[Node2].append(Node1);
    }
}

bool Graph::hasEdge(uint Node1, uint Node2) {
    if (mNoOfNodes < 1) return false;
    return mAdjList[Node1].is_elem(Node2);
}

uint Graph::noOfEdges() {
    uint cnt = 0;
    for (uint i = 0; i < mNoOfNodes; i++)
        cnt += mAdjList[i].size();
    return cnt / 2;
}

uint Graph::noOfNodes() {
    return mNoOfNodes;
}
```

Ineffizient!

Speicherung
redundanter
Information!

Ineffizient!

Falls häufig benutzt,
dann besser Zähler
mNoOfEdges in
class Graph

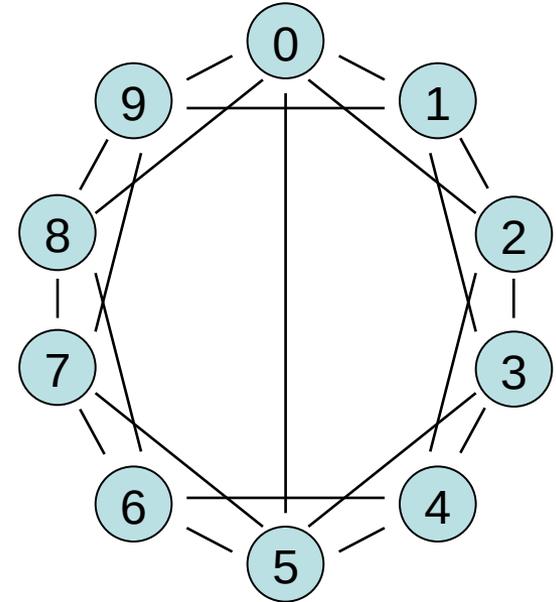
Test

```

#include <iostream>
#include "Graph.h"
using namespace std;

int main() {
    Graph g(10);
    uint n = g.noOfNodes();
    cout << "Knoten: " << n << endl;
    cout << "Kanten: " << g.noOfEdges() << endl;
    for (uint i = 0; i < n; i++)
        g.addEdge(i, (i+1) % n);
    for (uint i = 0; i < n; i++)
        g.addEdge(i, (i+2) % n);
    g.addEdge(5, 0);
    if (g.hasEdge(0, 5))
        cout << "Kante (0,5) existiert" << endl;
    g.printGraph();
    cout << "Kanten: " << g.noOfEdges() << endl;
    return 0;
}

```



```

d:\Code\EINI\debug\CGraph.exe
Knoten: 10
Kanten: 0
Kante (0,5) existiert
0 : 1 9 2 8 5
1 : 0 2 3 9
2 : 1 3 0 4
3 : 2 4 1 5
4 : 3 5 2 6
5 : 4 6 3 7 0
6 : 5 7 4 8
7 : 6 8 5 9
8 : 7 9 6 0
9 : 8 0 7 1
Kanten: 21

```

Verbesserungsmöglichkeiten

- Überprüfung, ob Knotennummer zulässig ($<$ Anzahl Knoten)
- Zähler **mNoOfEdges** → wird erhöht, wenn neue Kante eingefügt wird
- Kanten sind bidirektional → nur **einmal** speichern!
→ erfordert Anpassung in einigen Methoden!

```
void Graph::addEdge(uint Node1, uint Node2) {
    if (Node1 > Node2) swap(&Node1, &Node2);
    if (!hasEdge(Node1, Node2))
        mAdjList[Node1].append(Node2);
}

bool Graph::hasEdge(uint Node1, uint Node2) {
    if (mNoOfNodes < 1) return false;
    if (Node1 > Node2) swap(&Node1, &Node2);
    return mAdjList[Node1].is_elem(Node2);
}
```

Idee:

Normierung, so dass kleinere Knotennummer zuerst

- Funktionalität erweitern: Hinzufügen Knoten; Löschen Knoten / Kanten, etc.